

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8								
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

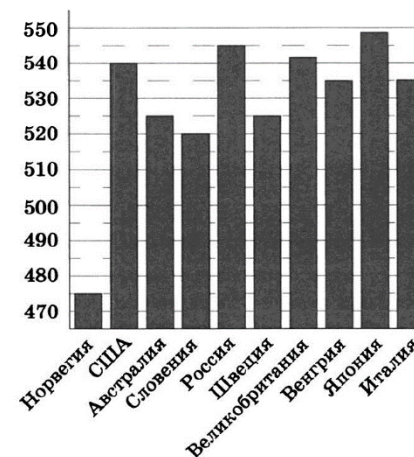
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** В университетскую библиотеку привезли новые учебники для четырёх курсов, по 360 штук для каждого курса. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?
- Ответ: _____.

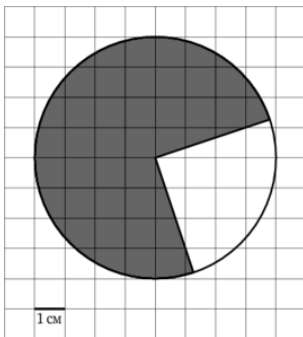
- 2** На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл участников не меньше чем 525.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см \times $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: _____.

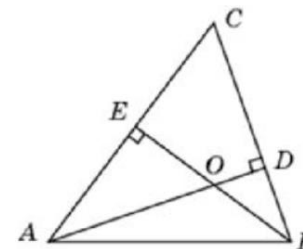
- 5 Найдите корень уравнения

$$\sin \frac{\pi x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

- 6 Два угла треугольника равны 68° и 35° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



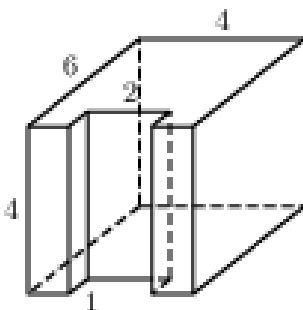
Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = -6x + 7$ является касательной к графику функции $y = ax^2 - 2x + 8$. Найдите a .

Ответ: _____.



- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$\log_3 32 \cdot \log_2 9.$$

Ответ: _____.

- 10 Угловая скорость вращения вала автомобильного двигателя $\omega_{\text{двиг}}$ и угловая скорость вращения колёс автомобиля $\omega_{\text{кол}}$ измеряются в оборотах в минуту. Эти величины связаны соотношением

$$\omega_{\text{кол}} = \frac{\omega_{\text{двиг}}}{kb},$$

где k – передаточное число дифференциала автомобиля, а b – передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

Водитель разогнался на 5-й передаче, пока число оборотов двигателя не достигло 2000 об/мин. В этот момент водитель, не меняя скорость, включил 2-ю передачу. Найдите угловую скорость вращения вала двигателя после переключения. Результат округлите до целого числа оборотов.

Ответ: _____.

- 11 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 18.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right].$$

- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E = 6EA$. Точка T – середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 12$, $AA_1 = 14$.

- а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 4:3.
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 .

- 15 Решите неравенство

$$\log_{3x-1}^{x+2}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{3x-1}^{x+2}(11x - 6 - 3x^2).$$

- 16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

- а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.
б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

- 17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 14% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» – увеличивать эту сумму на 8% в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^3 + x^2 - 9a^2x - 2x + a}{x^3 - 9a^2x} = 1$$

имеет ровно один корень.

- 19 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1$, $a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.
б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

